20753-242 2023

# VOORBEREIDING VIR ASSESSERING A2

**Formaat:**

Die tydsduur vir Assessering A2 is 120 minute en dit bestaan uit

| | |
|---|---|
| Afdeling A: | veelvuldige keuse vrae (vyf keuses), en dit word op 'n aparte antwoordblad ingevul, |
| Afdeling B: | langvrae en word op die vraestel beantwoord. |

Wanneer jy die veelvuldige keuse vrae van Afdeling A op die antwoordblad invul, kleur die ellipse van jou keuse in met óf pen óf potlood. Moet nie termies-uitwisbare penne gebruik nie (die skandeerder laat die merke verdwyn). As jy 'n fout gemaak het, vee behoorlik uit, of deurkruis die verkeerde keuse duidelik en merk die korrekte keuse.

**Formules:**

Slegs die volgende formules word in die toets gegee:

Green:

$$\oint_C P dx + Q dy = \iint_R \left( \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dA$$

Stokes:

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \iint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} \, dS$$

Gauss:

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, dS = \iiint_D (\nabla \cdot \mathbf{F}) \, dV$$

*Silindriese koördienate:*

$$x = r\cos\theta \qquad dV = r \, dz \, dr \, d\theta$$
$$y = r\sin\theta$$
$$z = z$$

*Sferiese koördinate:*

$$x = \rho\cos\theta\sin\phi \qquad dV = \rho^2 \sin\phi \, d\rho \, d\phi \, d\theta$$
$$y = \rho\sin\theta\sin\phi$$
$$z = \rho\cos\phi$$

Ander tersaaklike formules moet uit die hoof geken word.

**Inhoud:**

Assessering A2 handel hoofsaaklik oor die werk van die laaste kwartaal, maar konsepte en vaardighede wat jy in die derde kwartaal geleer het, kan steeds op direkte of indirekte wyse getoets word (byvoorbeeld, jy moet steeds grad, div, en curl kan vind, en lynintegrale kan doen, vektorvelde kan teken, ens.).

In besonder: A2 handel oor die volgende paragrawe in ZILL: 9.11, 9.12, 9.13, 9.14, 9.15, 9.16.

Vir hierdie assessering moet jy die volgende kan doen:

**9.11**
- Moet cartesiese koördinate kan omskakel in poolkoördinate en poolkoördinate kan terug omskakel in cartesiese koördinate.
- Moet die area-element in poolkoördinate ($dA = rdrd\theta$) ken.
- Moet dubbelintegrale in poolkoördinate kan bereken en moet areas, volumes, massas, en massamiddelpunte in poolkoördinate kan bereken.

**9.12**
- Moet Green se stelling ken <u>en kan bewys</u> vir eenvoudige gebiede wat as beide tipe I en

tipe II beskou kan word.

- Moet beide kante van Green se stelling kan bereken (en sodoende die stelling bevestig). Lyn-integrale moet sinvol geparameteriseer kan word, en oppervlak-integrale moet waar toepaslik ook in poolkoördinate bereken kan word.
- <u>Laat uit:</u> *Gebiede wat gate bevat sowel as gebiede waarin die funksie nie genoegsaam differensieerbaar is nie (bv. Voorbeelde 4, 5, en 6.)*

**9.13**

- Moet die uitdrukking van die area-element ($dS = \left(\sqrt{1+(f_x)^2+(f_y)^2}\right) dA$) ken. (*Nie nodig om te kan herlei nie.*)
- Moet oppervlak-area van gegewe oppervlakke kan bereken.
- Moet oppervlak-integrale van die vorm $\iint_S G(x,y,z)dS$ kan bereken.
- Moet die massa van 'n gekromde oppervlak met veranderlike digtheid kan bereken.
- Moet die vloed van 'n gegewe vektorveld $\mathbf{F}$ deur 'n gegewe oppervlak $S$ kan bereken ($\iint_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}dS$.)

**9.14**

- Moet Stokes se stelling ken. (*Nie nodig om te kan bewys nie.*)
- Moet beide kante van Stokes se stelling kan bereken (en sodoende die stelling bevestig). Lyn-integrale moet sinvol geparameteriseer kan word. Vir die oppervlak-integrale sal slegs projeksie op die $xy$-vlak benodig word. (*Laat dus projeksie op $xz$-, en $yz$-vlakke uit.*)

**9.15**

- Moet drie-voudige integrale kan bereken waar óf (a) die rand gegee word as 'n figuur, óf (b) die rand gegee word as vergelykings.
- Moet die volgorde van integrasie korrek kan omruil waar nodig of waar gevra.
- Moet die volume van liggame kan bereken uit $V = \iiint_D dV$.
- Moet massas en koördinate van massa-middelpunte van liggame met veranderlike digtheid kan bereken uit: $m = \iiint_D \rho(x,y,z)dV$, $m\bar{x} = \iiint_D x\rho(x,y,z)dV$, $m\bar{y} = \iiint_D y\rho(x,y,z)dV$, $m\bar{z} = \iiint_D z\rho(x,y,z)dV$.

— <u>Laat uit</u>: *Traagheidsmomente wat drie-voudige integrasie benodig.*

- Moet silindriese koördinate kan omskakel in cartesies en terug.
- Moet die volume-element ($dV = rdrd\theta dz$) van silindirese koördinate ken, en kan gebruik om drie-voudige integrale in silindirese koördinate te kan bereken.
- Moet sferiese koördinate kan omskakel in cartesies en terug.
- Moet die volume-element ($dV = r^2 \sin\phi drd\phi d\theta$) van sferiese koördinate ken, en kan gebruik om drie-voudige integrale in sferiese koördinate te kan bereken.

**9.16**

- Moet die divergensie-stelling (Gauss se stelling) ken. (*Nie nodig om te kan bewys nie.*)
- Moet beide kante van die divergensie-stelling kan bereken (en sodoende die stelling bevestig).
- Moet die divergensie-stelling kan gebruik om vloed uit 'n liggaam eenvoudiger te kan bereken.

**Algemeen**

Moet steeds vektorvelde kan teken of herken as die uitdrukking gegee word en andersom. Moet kan vasstel of 'n gegewe uitdrukking in terme van $\nabla$ 'n vektor of 'n skalaar (of onsinnig) is.

Moet die volgende terme ken (en waar toepaslik in simbole kan uitdruk, bv. '$\mathbf{F}$ is onsamedrukbaar' beteken $\nabla \cdot \mathbf{F} = 0$): 'vektorveld', 'raaklyn', 'raakvlak', 'gradiënt', 'rotasie', 'divergensie', 'irrotasioneel', 'onsamedrukbaar', 'eksakte differensiaal', 'pad-onafhanklik', 'normaal op 'n oppervlak', 'booglengte', 'oppervlak-element', 'sirkulasie om 'n geslote kromme', 'volume-element', 'positiewe geöriënteerde geslote pad', 'vloed deur 'n oppervlak', 'vloed uit 'n volume', 'konserwatiewe veld', 'arbeid verrig'.

---