



---

**2.7: Toepassing 1: Bevolkingsgroei (bl 73)**

---

**2.7: Application 1: Population growth (p 73)**



## 2.7: Toepassing 1: Bevolkingsgroei (bl 73)

**Probleem:** Voorspel die grootte van 'n bevolking op enige tydstip  $t$  in die toekoms

## 2.7: Application 1: Population growth (p 73)

**Problem:** Predict the size of a population at any time  $t$  in the future



## 2.7: Toepassing 1: Bevolkingsgroei (bl 73)

**Probleem:** Voorspel die grootte van 'n bevolking op enige tydstip  $t$  in die toekoms

- (1) Aannames:**
- Bevolking  $P$  is 'n kontinue (gladde) funksie van tyd  $t$ :  $P = P(t)$
  - Tempo van toename in  $P$  is direk eweredig aan grootte van  $P$
  - Onbeperkte bronne

## 2.7: Application 1: Population growth (p 73)

**Problem:** Predict the size of a population at any time  $t$  in the future

- (1) Assumptions:**
- Population  $P$  continuous (smooth) function of time  $t$ :  $P = P(t)$
  - Rate of increase in  $P$  is directly proportional to size of  $P$
  - Limitless resources



(2) Wiskundige formulering

(2) *Mathematical formulation*

$$\frac{dP}{dt} = kP \quad \text{met /with} \quad P(0) = P_0$$



**(2) Wiskundige formulering**

*(2) Mathematical formulation*

$$\frac{dP}{dt} = kP \quad \text{met /with} \quad P(0) = P_0$$

**(3) Verkry oplossings**

*(3) Obtain solutions*

$$P = P_0 e^{kt} \quad \text{of /or} \quad P = P_0 (2)^{t/t_2}$$



**(2) Wiskundige formulering**

**(2) Mathematical formulation**

$$\frac{dP}{dt} = kP \quad \text{met /with} \quad P(0) = P_0$$

**(3) Verkry oplossings**

**(3) Obtain solutions**

$$P = P_0 e^{kt} \quad \text{of /or} \quad P = P_0 (2)^{t/t_2}$$

$$k \equiv \text{groeikonstante /growth constant} \quad (k > 0)$$

**Inkorporering van geboorte- en sterftetempo,  $b$  en  $s$  /**

*Incorporation of birth and death rate,  $b$  and  $s$ :*

$$\frac{dP}{dt} = bP - sP = \underbrace{(b - s)}_k P$$



**Voorbeeld: Selle in 'n rivier groei teen 'n tempo direk eweredig aan die aantal selle teenwoordig. Na een uur word 1000 selle getel en na 4 ure, 3000 selle. / Example: Cells in a river grow at a rate directly proportional to the number of cells present. After one hour, 1000 cells are counted and after 4 hours, 3000 cells.**



**Voorbeeld: Selle in 'n rivier groei teen 'n tempo direk eweredig aan die aantal selle teenwoordig. Na een uur word 1000 selle getel en na 4 ure, 3000 selle. / Example: Cells in a river grow at a rate directly proportional to the number of cells present. After one hour, 1000 cells are counted and after 4 hours, 3000 cells.**

**Bepaal:**

- (a) die groeikonstante**
- (b) die aanvanklike getal selle**
- (c) die verdubbelingstyd**
- (d) die getal selle op tydstip  $t$**

**Determine:**

- (a) the growth constant**
- (b) the initial number of cells**
- (c) the doubling time**
- (d) the number of cells at time  $t$**





**Voorbeeld: Selle in 'n rivier groei teen 'n tempo direk eweredig aan die aantal selle teenwoordig. Na een uur word 1000 selle getel en na 4 ure, 3000 selle. / Example: Cells in a river grow at a rate directly proportional to the number of cells present. After one hour, 1000 cells are counted and after 4 hours, 3000 cells.**

**Bepaal:**

- (a) die groeikonstante**
- (b) die aanvanklike getal selle**
- (c) die verdubbelingstyd**
- (d) die getal selle op tydstip  $t$**

**Determine:**

- (a) the growth constant**
- (b) the initial number of cells**
- (c) the doubling time**
- (d) the number of cells at time  $t$**

**Laat  $P = P(t)$  die getal selle op tyd  $t$  (in uur) wees / Let  $P = P(t)$  be number of cells at time  $t$  (in hours)**



**Voorbeeld: Selle in 'n rivier groei teen 'n tempo direk eweredig aan die aantal selle teenwoordig. Na een uur word 1000 selle getel en na 4 ure, 3000 selle. / Example: Cells in a river grow at a rate directly proportional to the number of cells present. After one hour, 1000 cells are counted and after 4 hours, 3000 cells.**

**Bepaal:**

- (a) die groeikonstante**
- (b) die aanvanklike getal selle**
- (c) die verdubbelingstyd**
- (d) die getal selle op tydstip  $t$**

**Determine:**

- (a) the growth constant**
- (b) the initial number of cells**
- (c) the doubling time**
- (d) the number of cells at time  $t$**

**Laat  $P = P(t)$  die getal selle op tyd  $t$  (in uur) wees / Let  $P = P(t)$  be number of cells at time  $t$  (in hours)**

**Antwoorde:**

- (a)  $k = \frac{\ln 3}{3} = 0.3662$**
- (b)  $P_0 = \frac{1000}{3^{1/3}} = 693.4$  selle**
- (c)  $t_2 = \frac{3 \ln 2}{\ln 3} = 1.893$  uur**
- (d)  $P(t) = 693.4e^{0.3662t}$   
 $P(t) = 693.4(2)^{t/1.893}$**

**Answers:**

- (a)  $k = \frac{\ln 3}{3} = 0.3662$**
- (b)  $P_0 = \frac{1000}{3^{1/3}} = 693.4$  cells**
- (c)  $t_2 = \frac{3 \ln 2}{\ln 3} = 1.893$  hours**
- (d)  $P(t) = 693.4e^{0.3662t}$   
 $P(t) = 693.4(2)^{t/1.893}$**

**of**

**or**



**Probleem 1 (bl 78):** Dit is bekend dat die bevolking van 'n gemeenskap toeneem teen 'n tempo direk eweredig aan die hoeveelheid mense op 'n gegewe tydstip  $t$ . Indien 'n aanvanklike bevolking van  $P_0$  in 5 jaar verdubbel het, hoe lank sal dit neem vir die bevolking om te verdriedubbel? Om te vervierdubbel?

**Problem 1 (p 78):** The population of a community is known to increase at a rate proportional to the number of people present at time  $t$ . If an initial population  $P_0$  has doubled in 5 years, how long will it take to triple? To quadruple?



**Probleem 1 (bl 78):** Dit is bekend dat die bevolking van 'n gemeenskap toeneem teen 'n tempo direk eweredig aan die hoeveelheid mense op 'n gegewe tydstip  $t$ . Indien 'n aanvanklike bevolking van  $P_0$  in 5 jaar verdubbel het, hoe lank sal dit neem vir die bevolking om te verdriedubbel? Om te vervierdubbel?

**Antwoorde:** Om te verdriedubbel: 7.9 jaar  
Om te vervierdubbel: 10 jaar

**Problem 1 (p 78):** The population of a community is known to increase at a rate proportional to the number of people present at time  $t$ . If an initial population  $P_0$  has doubled in 5 years, how long will it take to triple? To quadruple?

**Answers:** To triple: 7.9 years  
To quadruple: 10 years