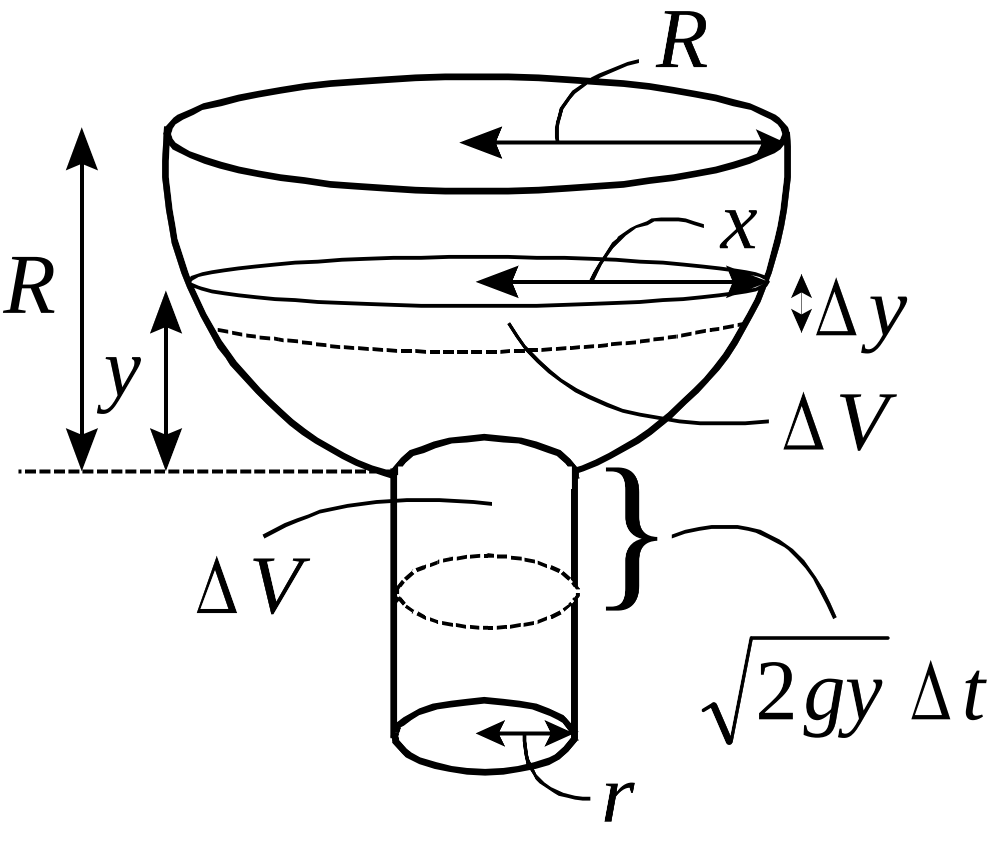
Toepassing: Vloei van water uit 'n tenk

Voorbeeld (waar A_w nie konstant is nie): Die hemisferiese tenk met radius R is aanvanklik heeltemal gevul met water. Ignoreer wrywing/samepersing van water by die gat (met radius r) en aanvaar dat Toricelli se wet geld. Hoe lank sal dit neem vir al die water om uit te loop?



Dreinering van 'n hemisferiese tenk Tr 2

Laat $y = y(t)$ die hoogte van die watervlak in die tenk wees

$$\Delta V = -(\sqrt{2gy} \cdot \Delta t)(\pi r^2)$$

$$\text{maar} \quad \Delta V = \pi x^2 \cdot \Delta y$$

$$\text{en} \quad (R-y)^2 + x^2 = R^2$$

$$\Rightarrow \quad x^2 = R^2 - (R^2 - 2yR + y^2) = 2yR - y^2$$

$$\text{dus} \quad \Delta V = \pi(2yR - y^2) \cdot \Delta y = -(\sqrt{2gy} \cdot \Delta t)(\pi r^2)$$

$$\Rightarrow \quad (2yR - y^2)\frac{\Delta y}{\Delta t} = -\sqrt{2gy} \cdot r^2$$

As $\Delta t \to 0$ dan $\dfrac{\Delta y}{\Delta t} \to \dfrac{dy}{dt}$

$\Rightarrow$ DV: $\boxed{(2yR - y^2)\dfrac{dy}{dt} = -\sqrt{2gy} \cdot r^2, \ y(0) = R}$

Oplossing: Integrasiefaktore gaan nie werk nie, want DV is nie-lineêr

Gebruik dus skeiding van veranderlikes en toon aan dat:

$$\boxed{\frac{4}{3}y^{3/2}R - \frac{2}{5}y^{5/2} = -r^2\sqrt{2g}\cdot t + \frac{14}{15}R^{5/2}}$$

$\Rightarrow$ Implisiete oplossing: y kan nie eksplisiet i.t.v. t geskryf word nie

Die tenk is leeg wanneer $y = 0$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{\frac{14}{15}R^{5/2}}{r^2\sqrt{2g}}$$