

**2.7: Toepassing 1: Bevolkingsgroei** (Bl 73)

Probleem: Voorspel die grootte van 'n bevolking op enige tydstip  $t$  in die toekoms

Aannames: • Bevolking  $P$  is 'n kontinue (gladde) funksie van tyd  $t$ :  $P = P(t)$   
• Tempo van toename in  $P$  is direk eweredig aan grootte van  $P$   
• Onbeperkte bronne

Wiskundige formulering:

$$\frac{dP}{dt} = kP \quad \text{met} \quad P(0) = P_0$$

Oplossing:  $P = P_0 e^{kt}$  of  $P = P_0 (2)^{t/t_2}$

$$k \equiv \text{groeikonstante} \quad (k > 0)$$

Inkorporering van geboorte- en sterftetempo,  $b$  en  $s$ :

$$\frac{dP}{dt} = bP - sP = \underbrace{(b - s)}_k P$$

**Voorbeeld:** Selle in 'n rivier groei teen 'n tempo direk eweredig aan die aantal selle teenwoordig. Na een uur word 1000 selle getel en na 4 ure, 3000 selle.

Bepaal:

- (a) die groeikonstante
- (b) die aanvanklike getal selle
- (c) die verdubbelingstyd
- (d) die getal selle op enige tydstip  $t$

Laat  $P = P(t)$  die getal selle op tyd  $t$  (in uur) wees

Antwoorde:

(a)  $k = \frac{\ln 3}{3} = 0.3662$

(b)  $P_0 = \frac{1000}{3^{1/3}} = 693.4$  selle

(c)  $t_2 = \frac{3 \ln 2}{\ln 3} = 1.893$  uur

(d)  $P(t) = 693.4e^{0.3662t}$  of  $P(t) = 693.4(2)^{t/1.893}$

**Probleem 1 (bl 78):** Dit is bekend dat die bevolking van 'n gemeenskap toeneem teen 'n tempo direk eweredig aan die hoeveelheid mense op 'n gegewe tydstip  $t$ . Indien 'n aanvanklike bevolking van  $P_0$  in 5 jaar verdubbel het, hoe lank sal dit neem vir die bevolking om te verdriedubbel? Om te vervierdubbel?

Antwoorde:

Om te verdriedubbel: 7.9 jaar

Om te vervierdubbel: 10 jaar

---