

**Problem 1:** For each of the following, show that the given functions are orthogonal on the indicated interval.

(a)  $f_1(x) = x, \quad f_2(x) = x^2, \quad [-2, 2]$

(b)  $f_1(x) = e^x, \quad f_2(x) = xe^{-x} - e^{-x}, \quad [0, 2]$

(c)  $f_1(x) = x, \quad f_2(x) = \cos 2x, \quad [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

**Problem 2:** Show that the following set of functions is orthogonal on the interval  $[-\pi, \pi]$ :

$$\{1, \cos x, \cos 2x, \cos 3x, \dots, \sin x, \sin 2x, \sin 3x, \dots\}.$$

**Probleem 1:** Vir elk van die volgende, toon aan dat die gegewe funksies ortogonaal is op die aangeduide interval.

**Probleem 2:** Toon aan dat die volgende versameling funksies ortogonaal op die interval  $[-\pi, \pi]$  is:

**Problem 3:** Find the Fourier series of each the following functions on the given interval.

(a)  $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ 1, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$

(b)  $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$

(c)  $f(x) = x + \pi, \quad -\pi < x < \pi$

**Probleem 3:** Vind die Fourier-reeks van elk van die volgende funksies op die gegewe interval.

**Problem 4:** Use the result of Problem 3(b) to show that

$$\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots$$

**Probleem 4:** Gebruik die resultaat van Probleem 3(b) om aan te toon dat