*Submit your solution to **Problem 2** on **3 August**, promptly at 14:00, in hard copy. No electronic versions will be accepted. Late submissions will be penalized severely. Cooperation is limited to the exchange of a few ideas. The exchange of code, graphs or mathematical calculations are not allowed. What you submit must be your own work.*

Jou oplossing tot **Probleem 2** moet **3 Augustus**, stiptelik 14:00, in harde kopie ingehandig word. Geen elektroniese weergawes word aanvaar nie. Laat inhandiging sal streng gepenaliseer word. Samewerking word beperk tot die uitruil van enkele idees. Die uitruil van kode, grafieke of wiskundige berekeninge word nie toegelaat nie. Wat jy inhandig moet jou eie werk wees.

Problem 1: In Tutorial 1, Problem 3(c) we calculated the Fourier series of the following function:

__Probleem 1:__ In Tutoriaal 1, Probleem 3(c) het ons die Fourier-reeks van die volgende funksie bereken:

$$f(x) = x + \pi, \quad -\pi < x < \pi.$$

(a) Use the Fourier coefficients determined for this function to plot graphs of the partial sum approximations $S_N(x)$, where $N = 3, 5, 10, 20$ and $x \in [-\pi, \pi]$.

Hint: you may download and modify `plotFourier.m` or `plotFourier.py`.

(b) Plot a graph of $S_{200}(x)$ for $x \in [-10, 10]$, and point out the Gibbs phenomenon. In theory the Gibbs "overshoot" should tend to about 8.95 percent of the magnitude of a jump discontinuity. Confirm (or disprove) this percentage by zooming into your graph.

(a) *Gebruik die Fourier koëffisiënte wat vir hierdie funksie bepaal is om grafieke van die parsiële sombenaderings $S_N(x)$ te stip, waar $N = 3, 5, 10, 20$ en $x \in [-\pi, \pi]$.*

Wenk: jy mag `plotFourier.m` of `plotFourier.py` aflaai en aanpas.

(b) *Stip 'n grafiek van $S_{200}(x)$ vir $x \in [-10, 10]$, en dui die Gibbs-verskynsel aan. Teoreties moet die Gibbs "verbyskiet" na omtrent 8.95 persent van die grootte van 'n sprong-diskontinuïteit neig. Bevestig (of weerlê) hierdie persentasie deur in te zoem op jou grafiek.*

Problem 2: Consider the function $f(x) = e^{-x}$ over the interval $(0, 1)$.

(a) Extend the function periodically, such that $f(x + 1) = f(x)$, calculate the Fourier series over $(-1, 1)$, and plot partial sum approximations for $N = 10, 50, 100$.

Hint: here and in parts (b) and (c) you are strongly encouraged to use WolframAlpha or any other computer algebra system (CAS) for evaluating integrals.

(b) Extend the function as an odd function over $(-1, 1)$, calculate the Fourier series over $(-1, 1)$, and plot partial sum approximations for $N = 10, 50, 100$.

(c) Extend the function as an even function over $(-1, 1)$, calculate the Fourier series over $(-1, 1)$, and plot partial sum approximations for $N = 5, 10, 20$.

(d) Which one of these three expansions gives the best approximations? Discuss.

__Probleem 2:__ Beskou die funksie $f(x) = e^{-x}$ oor die interval $(0, 1)$.

(a) *Brei die funksie periodies uit, sodanig dat $f(x + 1) = f(x)$, bereken die Fourier-reeks oor $(-1, 1)$, en stip parsiële sombenaderings vir $N = 10, 50, 100$.*

Wenk: hier en in dele (b) en (c) word jy sterk aangemoedig om WolframAlpha of enige ander algebrastelsel te gebruik vir die evaluering van integrale.

(b) *Brei die funksie uit as 'n onewe funksie oor $(-1, 1)$, bereken die Fourier-reeks oor $(-1, 1)$, en stip parsiële sombenaderings vir $N = 10, 50, 100$.*

(c) *Brei die funksie uit as 'n ewe funksie oor $(-1, 1)$, bereken die Fourier-reeks oor $(-1, 1)$, en stip parsiële sombenaderings vir $N = 5, 10, 20$.*

(d) *Watter een van hierdie drie uitbreidings lewer die beste benaderings? Bespreek.*

---

turn over... *blaai om...*

Problem 3: Given the following cosine series:

__Probleem 3:__ Gegewe die volgende cosinus-reeks:

$$f(x) = \frac{1}{4} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(1 - \cos \frac{n\pi}{2}\right) \cos \frac{n\pi x}{2}.$$

Conjecture a possible closed-form expression for the function f on $(0, 2)$ that is represented by this series, by inspecting plots of a few partial sum approximations.

Vermoed 'n moontlike geslote vorm vir die funksie f op $(0, 2)$ wat deur hierdie reeks voorgestel word, deur grafieke van 'n paar parsiële sombenaderings te inspekteer.